

1. Activité à effectuer avant de lire le début du chapitre 19 sur les fonctions affines (le corrigé est sur les pages suivantes) :
 - [Activité n°1 p.158 du cours du chapitre 19](#)
2. Cours à travailler (se trouve sur les pages suivantes) :
 - [Chapitre 19 : Fonctions affines](#)
 - [I. Définition](#)
 - [II. Déterminer par le calcul une image ou un antécédent](#)
 1. [Déterminer par le calcul l'image d'un nombre \(p.160 du cours \)](#)
3. Exercices à effectuer avant le prochain cours de maths_ (le corrigé se trouve sur les pages suivantes) :
 - [ex n°13 \(a+b \) p.55 du sesamath](#)
 - [ex n°6 p.57 du sesamath](#)

3^{ème} - Activités du chapitre 19 :

Activité n°1 :



Un site internet propose un abonnement à ses clients pour télécharger légalement des titres de musique.

Cet abonnement consiste à payer 5 € par mois puis 0,25 € par titre téléchargé.

1. Compléter le tableau suivant :

Nombre de morceaux téléchargés dans le mois	2	4	10	12
Prix payé pour le mois (en €)				

2. Ce tableau est-il un tableau de proportionnalité ? Si oui, préciser le coefficient de proportionnalité.
3. On peut définir la fonction P qui à chaque nombre de morceaux téléchargés dans le mois associe le prix à payer. On a alors :

$P : 4 \mapsto \dots\dots\dots$ ou encore $P(\dots) = \dots\dots\dots$

$P : 10 \mapsto \dots\dots\dots$ ou encore $P(\dots) = \dots\dots\dots$

$P : 12 \mapsto \dots\dots\dots$ ou encore $P(\dots) = \dots\dots\dots$

Si on note x le nombre de morceaux téléchargés dans le mois, on peut alors écrire :

$P : \dots\dots\dots \mapsto \dots\dots\dots$ ou encore $P(\dots) = \dots\dots\dots$

Compléter :

L'image s'obtient en multipliant toujours le nombre de départ par et en ajoutant à chaque fois

On dit alors que P est une **fonction affine**.

4. Calculer $P(6)$ et interpréter le résultat.

.....
.....

Activité n°2 :

Soit f la fonction définie par $f(x) = 3x$, et g la fonction définie par $g(x) = 3x + 2$

1. a. Compléter :

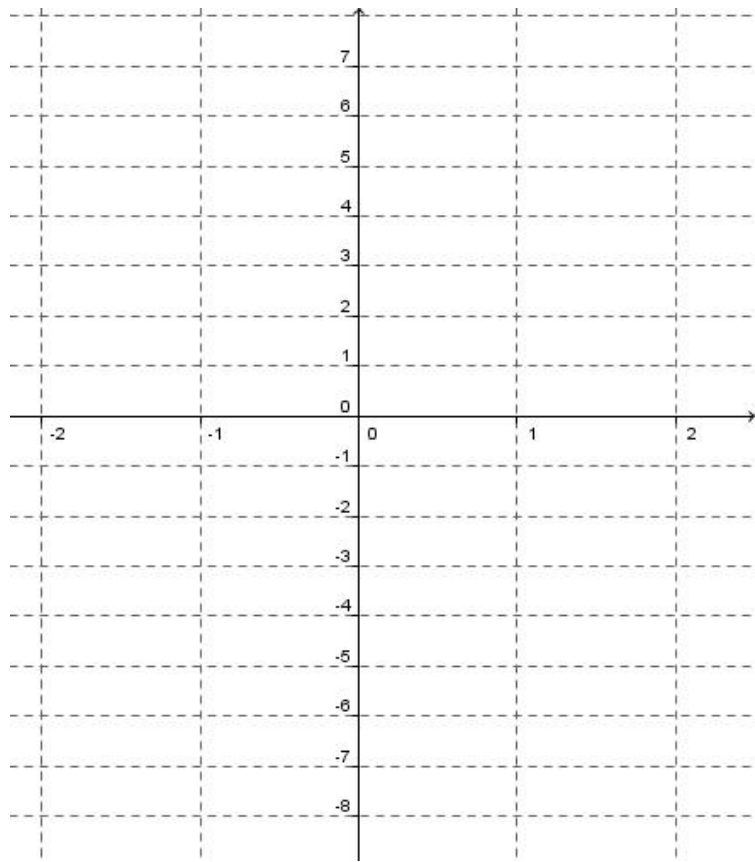
f est une fonction donc sa représentation graphique, qu'on notera (d_1) , est

.....

Pour la tracer il est donc nécessaire de connaître un deuxième point appartenant à cette droite :

$f(\dots) = \dots$ donc le point de coordonnées $\dots$ appartient à (d_1) .

b. Tracer (d_1) en bleu dans le repère ci-dessous.



2. Quelle est la nature de la fonction g ?

3. Complète le tableau suivant :

x	-2	-1	0	1	2
$g(x)$					

a. Avec les valeurs du tableau, place sur le graphique précédent en rouge les points de coordonnées $(x; g(x))$.

b. Que constate-t-on ?

.....
.....

I. Définition :

Définition n°1 :

Soit a et b deux nombres réels **fixés**.

Une fonction f est affine si l'image s'obtient en multipliant le nombre de départ par un même nombre fixé a , puis en ajoutant un même nombre b .

On appelle fonction affine toute fonction f de la forme $f: x \longmapsto a \times x + b$.

Exemples :

- La fonction f définie par $f(x) = 2x - 3$ **est** une fonction affine (car $f(x) = 2 \times x + (-3)$ donc ici $a = 2$ et $b = -3$)
- La fonction g définie par $g(x) = -4x + 1$ **est** une fonction affine (car $g(x) = -4 \times x + 1$ donc ici $a = -4$ et $b = 1$)
- La fonction h définie par $h(x) = 5x^2 + 3$ **n'est pas** une fonction affine (car $h(x)$ ne peut pas s'écrire sous la forme $a \times x + b$ avec a et b deux nombres réels **fixés**)
- La fonction i définie par $i(x) = x(x + 3) - x^2 + 5$ **est** une fonction affine (car $i(x) = x(x + 3) - x^2 + 5 = x^2 + 3x - x^2 + 5 = 3x + 5$ donc ici $a = 3$ et $b = 5$)
On développe $x(x + 3)$.
- La fonction j définie par $j(x) = 7x$ **est** une fonction affine (car $j(x) = 7 \times x + 0$ donc ici $a = 7$ et $b = 0$) ; c'est aussi une fonction linéaire (voir chapitre 18)
- La fonction k définie par $k(x) = 3$ **est** une fonction affine (car $k(x) = 0 \times x + 3$ donc ici $a = 0$ et $b = 3$). Comme l'image vaut toujours 3, on dit plus précisément que k est une fonction **constante**.

II. Déterminer par le calcul une image ou un antécédent :

1. Déterminer par le calcul l'image d'un nombre :

Soit f la fonction affine définie par $f(x) = -5x + 4$ (donc ici $a = -5$ et $b = 4$)

Calculer l'image de -2 par f :

$$f(-2) = -5 \times (-2) + 4$$

$$f(-2) = 14$$

Donc l'image de -2 par f est 14.

2. Déterminer par le calcul l'antécédent d'un nombre :

Soit la fonction $g : x \mapsto 5x - 2$ (donc ici $a = 5$ et $b = -2$)

On veut déterminer par le calcul l'antécédent de 4 par g .

On sait que $g(x) = \underbrace{5x - 2}_{\text{image}}$ et dans cet exercice, on nous dit que l'image est 4. On doit alors trouver .
↑
antécédent

→ On doit alors résoudre l'équation suivante (relire le chapitre 16 pour savoir résoudre) :

$$5x - 2 = 4$$

$$5x - 2 \quad +2 = 4 \quad +2$$

$$5x = 6$$

$$\frac{5 \times x}{5} = \frac{6}{5}$$

$$x = 1,2$$

Donc l'antécédent de 4 par g est 1,2.

III. Représentation graphique d'une fonction affine :

1. Propriété :

Propriété n°1 – Définition n°2 :

Si f est une fonction affine définie par $f(x) = ax + b$, alors :

- la représentation graphique de f dans un repère est **une droite**.
- a est appelé le **coefficient directeur** de cette droite
- b est appelé le **ordonnée à l'origine** de cette droite

Remarques :

- Les représentations graphiques de fonctions affines qui ont le même coefficient directeur sont des droites parallèles.
- Si $f(x) = ax + b$, alors $f(0) = a \times 0 + b = b$ donc le point de coordonnées $(0; b)$ appartient forcément à la droite ; c'est pour cela qu'on dit que b est l'ordonnée à l'origine.

2. Comment tracer la représentation graphique d'une fonction affine :

Exemples :

- Tracer en bleu dans le repère la représentation graphique de $g: x \mapsto 2x - 1$ (ici $a = 2$ et $b = -1$)

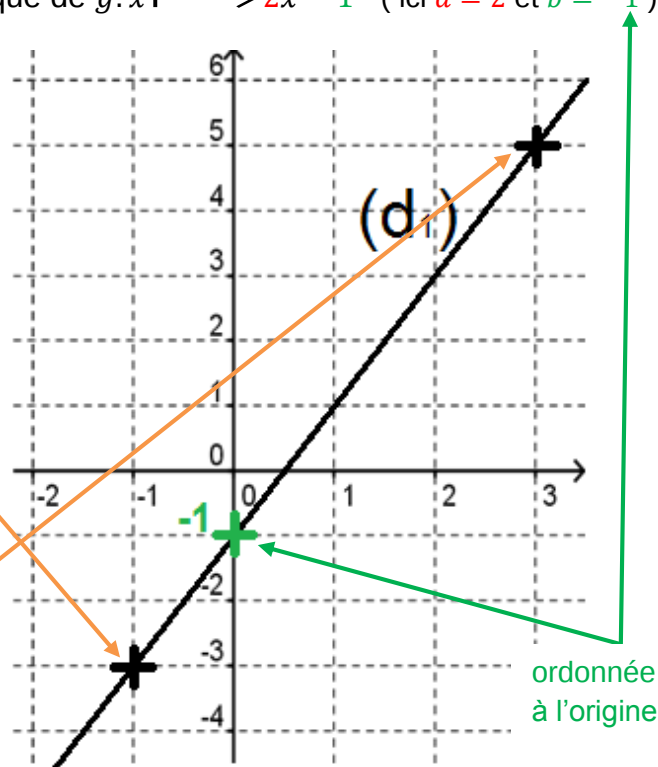
→ g est une fonction affine donc sa représentation graphique est une droite.

→ Notons-la (d_1) .

→ Pour la tracer, il suffit donc de connaître deux points appartenant à (d_1) .

→ Pour trouver ces deux points, il faut calculer l'image par g de deux nombres, par exemple :

- $g(-1) = 2 \times (-1) - 1 = -3$
donc le point de coordonnées $(-1; -3)$ appartient à (d_1)
- $g(3) = 2 \times 3 - 1 = 5$
donc le point de coordonnées $(3; 5)$ appartient à (d_1)



- Tracer dans le repère la représentation graphique de $h: x \mapsto -2x + 3$ (ici $a = -2$ et $b = 3$)

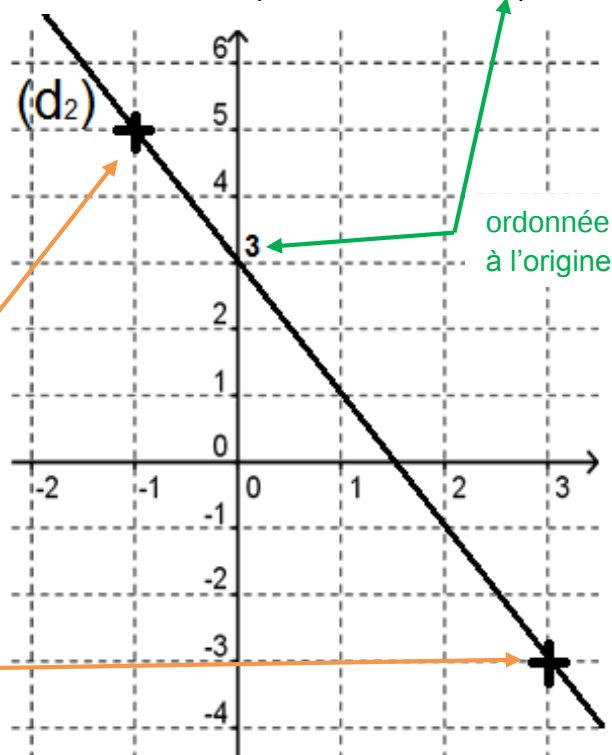
→ h est une fonction affine donc sa représentation graphique est une droite.

→ Notons-la (d_2) .

→ Pour la tracer, il suffit donc de connaître deux points appartenant à (d_2) .

→ Pour trouver ces deux points, il faut calculer l'image par h de deux nombres, par exemple :

- $h(-1) = -2 \times (-1) + 3 = 5$
donc le point de coordonnées $(-1; 5)$ appartient à (d_2)
- $h(3) = -2 \times 3 + 3 = -3$
donc le point de coordonnées $(3; -3)$ appartient à (d_2)



Remarque importante à connaître par coeur :

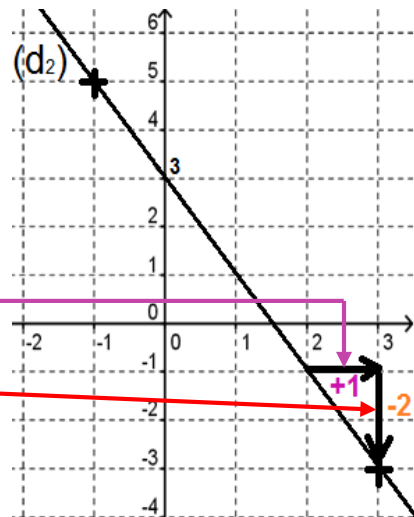
- si $a > 0$, la droite « monte »
- si $a < 0$, la droite « descend »

3. Comment lire sur un graphique le coefficient directeur d'une droite :

- On a $h(x) = -2x + 3$.

La représentation graphique de h est une droite dont le coefficient directeur vaut -2

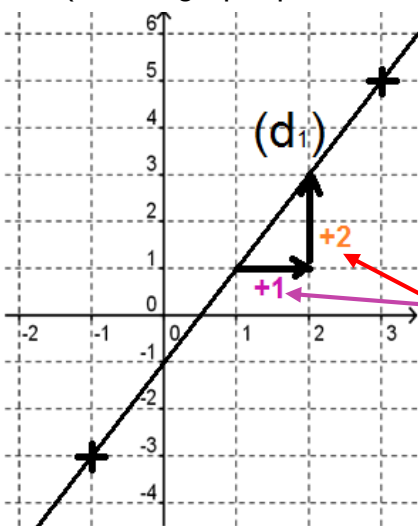
Cela signifie que si on part d'un point de la droite et qu'on « avance » de 1, il faut « descendre » de 2 pour retomber sur un autre point de la droite (voir le graphique à droite).



- On a $g(x) = 2x - 1$.

La représentation graphique de g est une droite dont le coefficient directeur vaut 2.

Cela signifie que si on part d'un point de la droite et qu'on « avance » de 1, il faut « monter » de 2 pour retomber sur un autre point de la droite (voir le graphique à gauche).



4. Comment déterminer le coefficient directeur a par le calcul :

Propriété n°2 :

Soit f la fonction affine définie par $f(x) = ax + b$.

Pour tous nombres distincts x_1 et x_2 , on a :

$$\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} = a$$

Démonstration :

$$f(x_1) - f(x_2) = a \times x_1 + b - (a \times x_2 + b) = a \times x_1 + b - a \times x_2 - b = a \times x_1 - a \times x_2 = a \times (x_1 - x_2)$$

Or, comme x_1 et x_2 sont distincts, $x_1 - x_2$ est différent de 0 donc on peut diviser par $x_1 - x_2$ donc :

$$\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} = \frac{a \times (x_1 - x_2)}{x_1 - x_2} = a$$

Application :

Soit g une fonction affine telle que $g(2) = 1$ et $g(6) = 13$. Exprimer $g(x)$.

→ g est une fonction affine donc $g(x) = ax + b$ où a et b sont deux nombres fixés.

→ Cherchons la valeur de a :

D'après la propriété précédente, on a :

$$a = \frac{g(2) - g(6)}{2 - 6} = \frac{1 - 13}{2 - 6} = \frac{-12}{-4} = 3$$

On a donc $g(x) = 3x + b$.

→ Cherchons la valeur de b :

On sait que :

- $g(2) = 1$ (d'après l'énoncé)
- $g(2) = 3 \times 2 + b = 6 + b$
(car $g(x) = 3x + b$)

On obtient :

$$1 = 6 + b \text{ donc } b = -5$$

Conclusion : $g(x) = 3x - 5$

3^{ème} - Exercice bilan du chapitre 19

Remarque :

Dans cet exercice, l'unité monétaire utilisée n'est pas l'euro mais le franc pacifique (utilisé en Nouvelle-Calédonie). Pour information, 100 francs pacifique valent environ 0,883 euro.

Pierre et Paul font des petits boulots afin de gagner un peu d'argent.

- Pierre travaille à la bibliothèque. Pour cela, il est payé 800 francs de l'heure et reçoit en plus un salaire fixe de 4000 francs par mois.
- Paul fait souvent du baby-sitting et il est payé 1 000 francs de l'heure.

PARTIE A :

1. Calculer la somme gagnée par Pierre pour 10 h de travail dans le mois.
2. Calculer la somme gagnée par Paul pour 21 h de travail dans le mois.
3. Complète le tableau suivant :

Nombre d'heures de travail dans le mois	0	12	25	27
Somme d'argent reçue par Pierre				25 600
Somme d'argent reçue par Paul		12 000		

Pour la suite de l'exercice, on note x le nombre d'heures de travail effectuées par chacun des garçons en un mois.

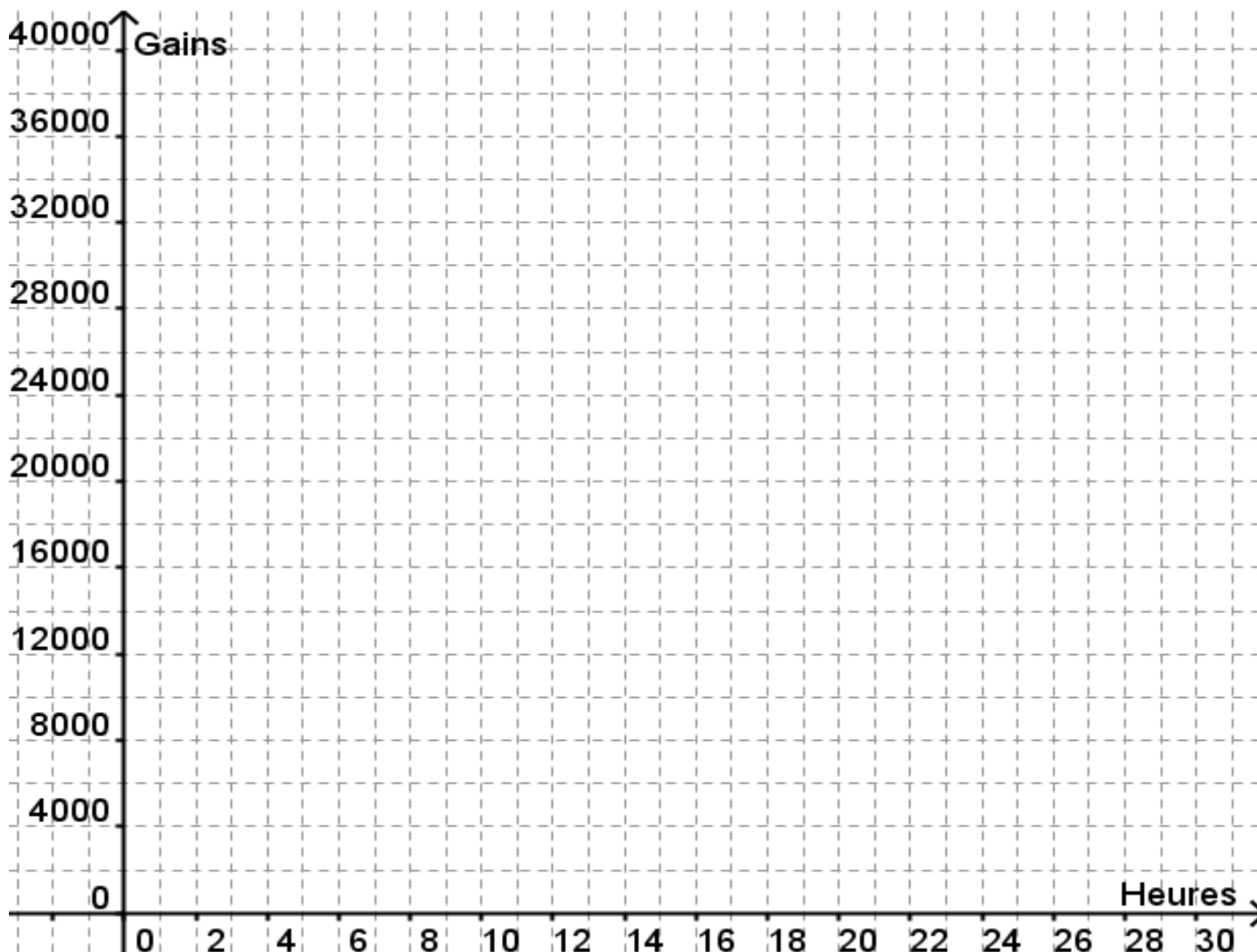
PARTIE B :

1. Exprimer en fonction de x la somme gagnée par Pierre en un mois.
2. Exprimer en fonction de x la somme gagnée par Paul en un mois.
3. a. Résoudre l'équation $1\,000\,x = 800\,x + 4\,000$.
b. Pour combien d'heures de travail effectuées dans le mois Paul gagnera-t-il autant que Pierre ?

PARTIE C :

Soient les fonctions $f : x \mapsto 800x + 4\,000$ et $g : x \mapsto 1\,000x$.

1. Que représente concrètement $f(x)$? et $g(x)$?
2. Quelle est la nature de la fonction f ? de la fonction g ?
3. a. Donner l'image de 22 par la fonction f ? Justifier.
b. Donner l'antécédent de 30 000 par la fonction g ? Justifier.
4. Construire les représentations graphiques des fonctions f et g dans le repère ci-dessous :



3^{ème} - Activité du chapitre 19 (corrigé)

Activité n°1 (corrigé) :



Un site internet propose un abonnement à ses clients pour télécharger légalement des titres de musique.

Cet abonnement consiste à payer 5 € par mois puis 0,25 € par titre téléchargé.

1. Compléter le tableau suivant :

Nombre de morceaux téléchargés dans le mois	2	4	10	12
Prix payé pour le mois (en €)	5,50	6	7,50	8

2. Ce tableau est-il un tableau de proportionnalité ? Si oui, préciser le coefficient de proportionnalité. **non**
3. On peut définir la fonction P qui à **chaque nombre de morceaux téléchargés dans le mois** associe **le prix à payer**. On a alors :

$P : 4 \mapsto 6$ ou encore $P(4) = 6$
 $P : 10 \mapsto 7,50$ ou encore $P(10) = 7,50$
 $P : 12 \mapsto 8$ ou encore $P(12) = 8$

Si on note x le nombre de morceaux téléchargés dans le mois, on peut alors écrire :

$P : x \mapsto 0,25 \times x + 5$ ou encore $P(x) = 0,25 \times x + 5$

Compléter :

L'image s'obtient en multipliant toujours le nombre de départ par 0,25 et en ajoutant à chaque fois 5.

On dit alors que P est une **fonction affine**.

4. Calculer $P(6)$ et interpréter le résultat.

$P(6) = 0,25 \times 6 + 5 = 6,50$

Interprétation du résultat :

Cela signifie pour 6 morceaux téléchargés dans le mois, il faut payer en tout 6,50 €.

3^{ème} - Exercices du chapitre 19 (corrigé)

Exercice n°13 (a+b) p.55 du sesamath (corrigé) :

$$f(x) = -3x + 7$$

a. $f(8) = -3 \times 8 + 7$

$$f(8) = -24 + 7$$

$$f(8) = -17$$

b. $f(0) = -3 \times 0 + 7$

$$f(0) = 0 + 7$$

$$f(0) = 7$$

Donc l'image de 0 par f est 7.

Exercice n°6 p.57 du sesamath (corrigé) :

a. Celles qui sont affines : f, g, h, k

b. Celles qui sont linéaires : h

c. Celles qui sont constantes : k

d. Celles qui ne sont pas affines : j, l

Explications :

- Pour $f(x) = 4x - 3$:

$f(x) = ax + b$ avec $a = 4$ et $b = -3$ donc f est une fonction affine.

- Pour $g(x) = 5 - 2x$:

$$g(x) = -2x + 5$$

$g(x) = ax + b$ avec $a = -2$ et $b = 5$ donc g est une fonction affine.

- Pour $h(x) = 4,5x$:

➤ $h(x) = ax$ avec $a = 4,5$ donc h est une fonction linéaire (voir chapitre 18 sur les fonctions linéaires).

➤ Mais on a aussi :

$h(x) = ax + b$ avec $a = 4,5$ et $b = 0$ donc h est aussi une fonction affine.

- Pour $j(x) = 3x^2 + 5$:

$j(x)$ ne peut pas s'écrire sous la forme $ax + b$ (à cause du carré), ni sous la forme ax donc j n'est pas une fonction affine ou linéaire. Elle n'est par ailleurs pas constante car l'image n'a pas toujours la même valeur.

- Pour $k(x) = -4$:

$k(x) = ax + b$ avec $a = 0$ et $b = -4$ donc k est une fonction affine.

De plus, l'image de n'importe quel nombre est toujours -4 donc on peut dire plus particulièrement que k est une fonction constante.

- Pour $l(x) = \frac{1}{x}$:

$l(x)$ ne peut pas s'écrire sous la forme $a \times x + b$ (à cause de la division), ni sous la forme $a \times x$ donc l n'est pas une fonction affine ou linéaire. Elle n'est par ailleurs pas constante car l'image n'a pas toujours la même valeur.